МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА И СВЯЗИ УКРАИНЫ

ОДЕССКАЯ НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ СВЯЗИ им. А.С. ПОПОВА

КАФЕДРА ДОКУМЕНТАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОСВЯЗИ

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ПОИСКА ЭКСТРЕМУМА ВНУТРИ ЗАДАННОГО ИНТЕРВАЛА

МЕТОДИЧЕСКОЕ РУКОВОДСТВО

К ПРОВЕДЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

ПО ДИСЦИПЛИНЕ "МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ"

Одесса – 2007

УДК 681.5.015.32

План НМИ 2007/2008 гг.

Методическое руководство разработано:

Балан Н.М., Пришляк А.Г., Шевцов Ю.С.

Методическое руководство рассмотрено и одобрено на заседании кафедры документальной электросвязи.

Протокол № 2 от 17.10.2007 г.

Зав. кафедрой д.т.н., проф. ***Н.В. Захарченко***

Методическое руководство рассмотрено и одобрено советом факультета ИС.

Протокол № 6 от 13.12.2007 г.

Декан факультета к.ф.-м.н., проф. ***И.В. Стрелковская***

1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

1 Изучение численных методов поиска экстремума внутри заданного интервала в процессе выполнения следующих этапов: этапа определения границ интервала и этапа уменьшения интервала поиска.

2 Изучение метода деления интервала пополам и метода золотого сечения.

3 Решение задач с применением изученных процедур уменьшения интервала поиска.

2 ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

2.1 Определение границ интервала

На этом этапе сначала выбирается исходная точка, а затем на основе правила исключения строится относительно широкий интервал, содержащий точку экстремума. Обычно поиск граничных точек такого интервала проводится с помощью эвристических методов поиска, хотя в ряде случаев можно также использовать методы экстраполяции. В соответствии с одним из эвристических методов, который был предложен Свенном, $(k+1)$-я пробная точка определяется по рекуррентной формуле

$$x_{k+1} = x_k + 2^k\Delta, \qquad k = 0,\ 1,\ 2,\ \dots ,$$

где x_k – произвольно выбранная начальная точка, Δ – подбираемая некоторым способом величина шага. Знак Δ определяется путем сравнения значений $f(x_0)$, $f(x_0+|\Delta|)$ и $f(x_0-|\Delta|)$. Если

$$f(x_0-|\Delta|) \geq f(x_0) \geq f(x_0+|\Delta|),$$

то, согласно предположению об унимодальности, точка минимума должна располагаться правее точки x_0 и величина Δ выбирается положительной (рис.1). Если изменить знаки неравенств на противоположные, то Δ следует выбирать отрицательной. Если выполняется

$$f(x_0-|\Delta|) \geq f(x_0) \leq f(x_0+|\Delta|), \tag{2.1}$$

то точка минимума лежит между $(x_0-|\Delta|)$ и $(x_0+|\Delta|$ и поиск граничных точек завершен.

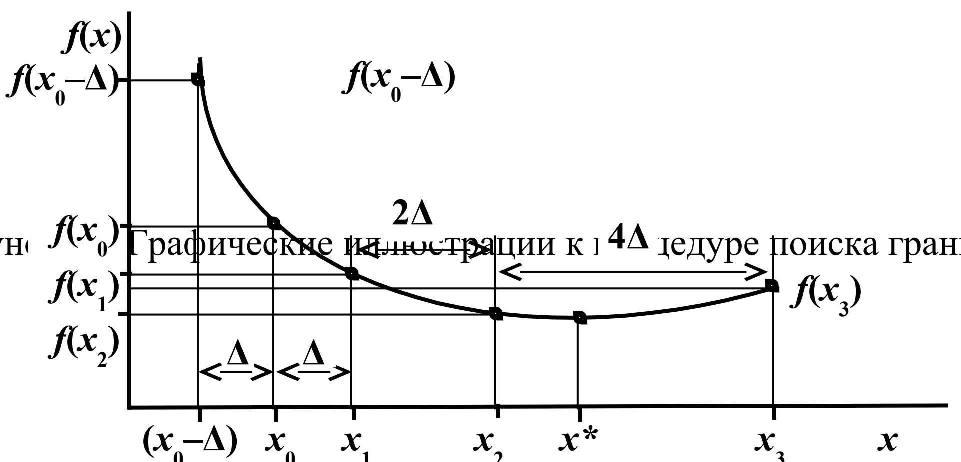


Рисунок 1 – Графические иллюстрации к процедуре поиска граничных точек

Случай, когда

$f(x_0-|\Delta|) \le f(x_0) \ge f(x_0+|\Delta|)$,

противоречит предположению об унимодальности при поиске точки минимума. Выполнение этого условия свидетельствует о том, что функция не является унимодальной.

В соответствии с (2.1) при переходе к (k+1)-й пробной точке поиск границ интервала может быть завершенным при выполнении неравенства

$$f(x_{k-1}) \ge f(x_k) \le f(x_{k+1}). \tag{2.2}$$

В этом случае точка минимума лежит между x_{k-1} и x_{k+1} и поиск граничных точек завершен.

Заметим, что эффективность поиска граничных точек непосредственно зависит от величины шага Δ. Если Δ велико, то получаем грубые оценки координат граничных точек, и построенный интервал оказывается весьма широким. С другой стороны, если Δ мало, для определения граничных точек может потребоваться достаточно большой объем вычислений.

2.2 Этап уменьшения интервала

После того как установлены границы интервала, содержащего точку экстремума, можно применить более сложную процедуру уменьшения интервала поиска с целью получения уточненных оценок координат экстремума. Величина подынтервала, исключаемого на каждом шаге, зависит от расположения пробных точек x_1 и x_2 внутри интервала поиска. Поскольку местонахождение точки экстремума априори неизвестно, целесообразно предположить, что размещение пробных точек должно обеспечивать уменьшение интервала в одном и том же отношении. Кроме того, в целях повышения эффективности алгоритма необходимо потребовать, чтобы указанное отношение было максимальным. Подобную стратегию иногда называют минимаксной стратегией поиска.

2.2.1 Метод исключения интервалов

Фактически все одномерные методы поиска, используемые на практике, основаны на предположении, что исследуемая функция в допустимой области по крайней мере обладает свойством унимодальности. Полезность этого свойства определяется тем фактом, что для унимодальной функции *f(x)* сравнение значений $f(x)$ в двух различных точках интервала поиска позволяет определить, в каком из заданных двумя указанными точками подынтервалов точка экстремума отсутствует.

Теорема 1

Пусть функция $f(x)$ унимодальна на замкнутом интервале $a \le x \le b$,. а ее минимум достигается в точке x^*. Рассмотрим точки x_1 и x_2,. расположенные в интервале таким образом что $a<x_1<x_2<b$. Сравнивая значения функции в точках x_1 и x_2, можно сделать следующие выводы.

1. Если $f(x_1)>f(x_2)$, то точка минимума $f(x)$ не лежит в интервале (a, x_1), т.е. x^* € (x_1, b) (рис. 1, а).

2. Если $f(x_1)<f(x_2)$, то точка минимума $f(x)$ не лежит в интервале (x_2, b), т.е. $x^* € (a, x_2)$ (см. рис. 1, б)

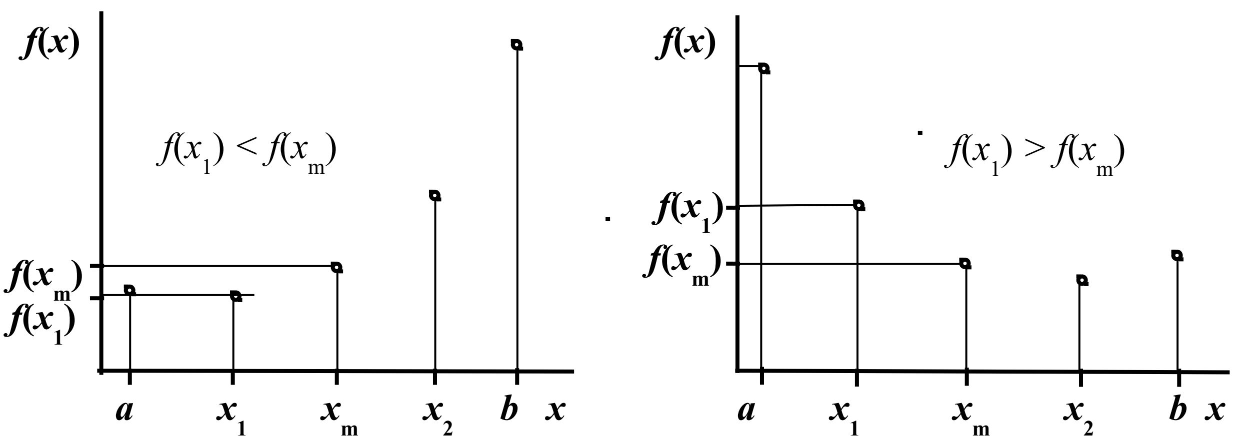
а) б)

Рисунок 2 – Графические иллюстрации к теореме 1

Примечание. Если $f(x_1) = f(x_2)$, то можно исключить оба крайних интервала (a, x_1) и (x_2, b), при этом точка минимума должна располагаться в интервале (x_1, x_2).

2.2.2 Метод деления интервала пополам

Рассматриваемый метод позволяет исключать в точности половину интервала на каждой итерации. Иногда этот метод называют трехточечным поиском на равных интервалах, поскольку его реализация основана на выборе трех пробных точек, равномерно распределенных в интервале поиска. Ниже приводится описание основных шагов поисковой процедуры, ориентированной на нахождение точки минимума функции $f(x)$ в интервале (a, b).



а) б)

Рисунок 3 – Графические иллюстрации к методу деления интервала пополам

Ш а г 1. Положить $x_m = (a + b) / 2$ и $L = b - a$. Вычислить значение $f(x_m)$.

Ш а г 2. Положить $x_1 = a + L/4$ и $x_2 = b - L/4$. Заметим, что точки x_1, x_m, и x_2 делят интервал (a, b) на четыре равные части. Вычислить значения $f(x_1)$ и $f(x_2)$.

Ш а г 3. Сравнить $f(x_1)$ и $f(x_m)$.

(1) Если $f(x_1) < f(x_m)$ (рис. 3, а), исключить интервал (x_m, b), положив $b = x_m$. Средней точкой нового интервала поиска становится точка x_1. Следовательно, необходимо положить $x_m = x_1$. Перейти к шагу 5.

(2) Если $f(x_1) \geq f(x_m)$ (рис. 3, б), перейти к шагу 4.

Ш а г 4. Сравнить $f(x_2)$ и $f(x_m)$,

(1) Если $f(x_2) < f(x_m)$, исключить интервал (a, x_m), положив $a = x_m$. Так как средней точкой нового интервала становится точка x_2 положить $x_m = x_2$. Перейти к шагу 5.

(2) Если $f(x_2) \geq f(x_m)$, исключить интервалы (a, x_1) и (x_2, b). Положить $a = x_1$ и $b = x_2$. Заметим, что x_m продолжает оставаться средней точкой нового интервала. Перейти к шагу 5.

Ш а г 5. Вычислить $L = b - a$. Если величина $|L|$ мала, закончить поиск. В противном случае вернуться к шагу 2.

Замечания

1. На каждой итерации алгоритма исключается в точности половина интервала поиска.

2. Средняя точка последовательно получаемых интервалов всегда совпадает с одной из пробных точек x_1, x_2 или x_m, найденных на предыдущей итерации. Следовательно, на каждой итерации требуется не более двух вычислений значения функции;

3. Если проведено n вычислений значения функции, то длина полученного интервала составляет $(1/2)^{n/2}$ величины исходного интервала.

4. В работе [3] показано, что из всех методов поиска на равных интервалах (двухточечный, трехточечный, четырехточечный и т. д.) трехточечный поиск, или метод деления интервала пополам, отличается наибольшей эффективностью.

2.2.3 Поиск с помощью метода золотого сечения

Из проведенного выше обсуждения методов исключения интервалов и минимаксных стратегий поиска можно сделать следующие выводы.

1. Если количество пробных точек принимается равным двум, то их следует размещать на одинаковых расстояниях от середины интервала.

2. В соответствии с общей минимаксной стратегией пробные точки должны размещаться в интервале по симметричной схеме таким образом, чтобы отношение длины исключаемого подынтервала к величине интервала поиска оставалось постоянным.

3. На каждой итерации процедуры поиска должно вычисляться только одно значение функции в получаемой точке.

Руководствуясь этими выводами, рассмотрим симметричное расположение двух пробных точек на исходном интервале единичной длины, которое показано на рис. 3. (Выбор единичного интервала обусловлен соображениями удобства).

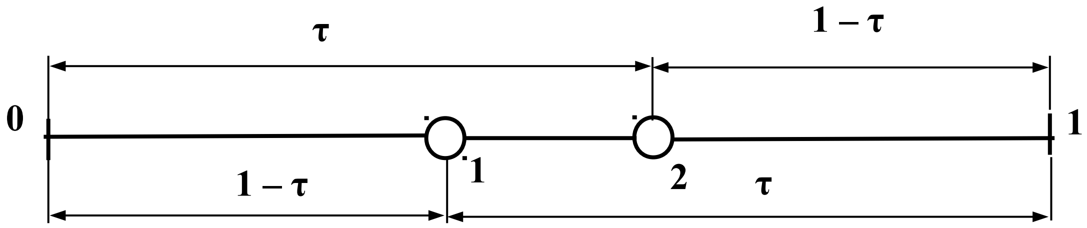


Рисунок 3 – Поиск с помощью метода золотого сечения

Пробные точки отстоят от граничных точек интервала на расстоянии τ. При таком симметричном расположении точек длина остающегося после исключения интервала всегда равна τ независимо от того, какое из значений функции в пробных точках оказывается меньшим. Предположим, что исключается правый подынтервал. На рис. 4 показано, что оставшийся подынтервал длины τ содержит одну пробную точку, расположенную на расстоянии (1 – τ) от левой граничной точки.

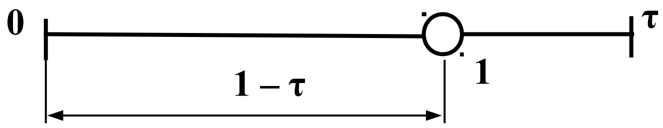


Рисунок 4 – Интервалы, полученные методом золотого сечения.

Для того чтобы симметрия поискового образца сохранялась, расстояние (1 – τ) должно составлять τ-ю часть длины интервала (которая равна τ). При таком выборе τ следующая пробная точка размещается на расстоянии, равном τ-й части длины интервала, от правой граничной точки интервала (рис. 5).

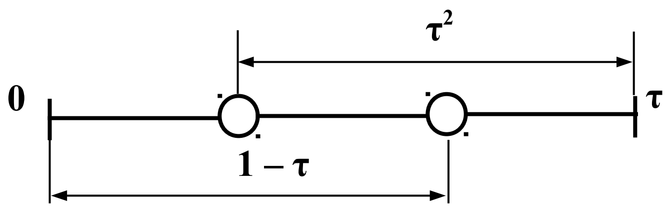


Рисунок 5 – Симметрия золотого сечения интервала.

Отсюда следует, что при выборе τ в соответствии с условием $1 - \tau = \tau^2$ симметрия поискового образца, показанного на рис. 3, сохраняется при переходе к уменьшенному интервалу, который изображен на рис. 5. Решая это квадратное уравнение, получаем

$\tau = (-1 \pm \sqrt{5})/2$,

откуда положительное решение τ =0,61803... .

Проверим соотношение полученных отрезков на следующем шаге поиска

$$\frac{\tau - (1-\tau)}{1-\tau} = \frac{1-\tau}{\tau},$$

Откуда $\tau^2 - \tau(1 - \tau) = (1 - \tau)^2$.

Поделим обе части уравнения на $(1 - \tau)$.

После преобразований окончательно получим ранее записанное условие симметрии поискового образца $\tau^2 = 1 - \tau$.

Схема поиска, при которой пробные точки делят интервал в этом отношении, известна под названием поиска с помощью метода золотого сечения. Заметим, что после первых двух вычислений значений функции каждое последующее вычисление позволяет исключить подынтервал, величина которого составляет $(1 - \tau)$-ю долю от длины интервала поиска.

Следовательно, если исходный интервал имеет единичную длину, то величина интервала, полученного в результате N вычислений значений функции, равна τ^{N-1}. Можно показать, что поиск с помощью метода золотого сечения является асимптотически наиболее эффективным способом реализации минимаксной стратегии поиска.

В общем случае если правая и левая граничные точки интервала неопределенности (обозначим их через XR и XL) известны, то координаты всех последующих пробных точек, получаемых в соответствии с методом золотого сечения, можно вычислить по формулам

$w = \mathrm{XR} - \tau^n$ или $w = \mathrm{XL} - \tau^n$

в зависимости от того, какой подынтервал был исключен на предыдущей итерации – левый или правый. В приведенных выше формулах через τ^n обозначена *n-я* степень τ, где *n* – количество вычислений значений функции.

Поиск с помощью метода золотого сечения может быть окончен либо исходя из заданного количества вычислений значений функции (и, следовательно, величины интервала неопределенности), либо по достижении относительной точности искомого значения функции. Наиболее предпочтительным является использование обоих критериев одновременно.

2.2.4 Сравнение методов исключения интервалов

Ниже проводится сравнение относительных эффективностей рассмотренных методов исключения интервалов. Обозначим длину исходного интервала неопределенности через L_1, а длину интервала, получаемого в результате N вычислений значений функции, – через L_N. В качестве показателя эффективности того или иного метода исключения интервалов введем в рассмотрение характеристику относительного уменьшения исходного интервала $K_L(N) = L_N / L_1$.

Напомним, что при использовании метода деления интервала пополам и метода золотого сечения длина получаемого интервала составляет $L_1(0{,}5)^{N/2}$ и $L_1(0{,}618)^{N-1}$ соответственно. Следовательно, относительное уменьшение интервала после N вычислений значений функции равно

$K_L(N) = L_1(0{,}5)^{N/2}$ – для метода деления интервала пополам;

$K_L(N) = L_1(0{,}618)^{N-1}$ – для метода золотого сечения.

Для сравнения рассмотрим также метод равномерного поиска, в соответствии с которым оценивание функции проводится в N равноотстоящих друг от друга точках, при этом интервал L_1 делится на $(N + 1)$ равных интервалов длины $L_1/(N + 1)$. Пусть x^* – точка, в которой наблюдается минимум функции $f(x)$. Тогда точка истинного минимума $f(x)$ оказывается, заключенной в интервале

$\{[x^* - L_1/(N+1)],\ \ [x^* + L_1/(N+1)]\}$.

откуда $L_N = 2L_1/(N+1)$.

Следовательно, для метода равномерного поиска

$K_L(N) = 2/(N+1)$.

В табл. 2.1 представлены значения $K_L(N)$, соответствующие выбранным N, для трех методов поиска. Из таблицы следует, что поиск с помощью метода золотого сечения обеспечивает наибольшее относительное уменьшение исходного интервала при одном и том же количестве вычислений значений функции.

Таблица 2.1 – Величины относительного уменьшения интервала

Метод поиска	Количество вычислений значений функций				
	$N = 2$	$N = 5$	$N = 10$	$N = 15$	$N = 20$
Метод деления интервала пополам	0,5	0,177	0,031	0,006	0,0009
Метод золотого сечения	0,618	0,146	0,013	0,001	0,0001
Метод равномерного поиска	0,667	0,333	0,182	0,125	0,095

С другой стороны, можно также сравнить количество вычислений значения функции, требуемое для достижения заданной величины относительного уменьшения интервала или заданной степени точности. Если величина $K_L(N) = E$ задана, то значение N вычисляется по следующим формулам:

для метода деления интервала пополам

$N = 2\ \ln(E)/\ln(0{,}5)$,

для метода золотого сечения

$N = l + [\ln(E)/\ln(0{,}618)]$,

для метода равномерного поиска

$N = (2/E) - 1$.

В табл. 2.2 приведены данные о количестве вычислений значений функции, необходимых для определения координаты точки минимума с заданной точностью.

Таблица 2.2 – Требуемое количество вычислений значений функции

Метод поиска	Заданная точность			
	$E = 0{,}1$	$E = 0{,}05$	$E = 0{,}01$	$E = 0{,}001$
Метод деления интервала пополам	7	9	14	20
Метод золотого сечения	5	8	11	16
Метод равномерного поиска	19	36	199	1999

Следует отметить, что метод золотого сечения оказывается более эффективным по сравнению с остальными двумя методами, поскольку он требует наименьшего числа оцениваний значения функции для достижения одной и той же заданной точности.

3 КЛЮЧЕВЫЕ ВОПРОСЫ

3.1 Пояснить метод исключения интервалов.

3.2 В чем суть определения границ интервала?

3.3 Пояснить минимаксную стратегию поиска.

3.4 Пояснить метод деления интервала пополам.

3.5 Как производится поиск интервала неопределенности с помощью метода золотого сечения?

3.6 Сравнить относительную эффективность методов поиска интервала неопределенности.

4 ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

4.1 Изучить теоретический материал «Основных положений».
4.2 Составить алгоритм пошагового решения задач по каждому методу.
4.3 Подготовить ответы на контрольные вопросы.

5 РАБОТА В АУДИТОРИИ

5.1 Проработать примеры решения задач.
5.2 Выполнить задания 1, 2 и 3 в соответствии с заданным вариантом.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. (Определение границ интервала)

Рассмотрим задачу минимизации функции $f(x) = (100 - x)^2$ при заданной начальной точке $x_0 = 30$ и величине шага $|\Delta| = 5$. Знак Δ определяется на основе сравнения значений

$f(x_0) = f(30) = 4900,$
$f(x_0 + |\Delta|) = f(35) = 4225,$
$f(x_0 - |\Delta|) = f(25) = 5625.$

Так как

$f(x_0 - |\Delta|) \geq f(x_0) \geq f(x_0 + |\Delta|),$

то величина Δ должна быть положительной, а координата точки минимума x^* должна быть больше 30.

Имеем $x_1 = x_0 + \Delta = 35$. Далее $x_2 = x_1 + 2\Delta = 45$,

$f(x_2) = f(45) = (100 - 45)^2 = 3025 < f(x_1),$

откуда $x^* > 35$.

$x_3 = x_2 + 2^2\Delta = 65,\ f(x_3) = f(65) = (100 - 65)^2 = 1225 < f(x_2)$,

откуда $x^*>45$.

$x_4 = x_3 + 2^3\Delta = 105,\ f(x_4) = f(105) = (100 - 105)^2 = 25 < f(x_3)$,

откуда $x^*> 65$.

$x_5 = x_4+2^4\Delta = 185,\ f(x_5) = f(185) = (100 - 185)^2 = 7225 > f(x_4)$.

В этом случае, при переходе к 5-й пробной точке x_5, в соответствии с (2.2), выполняется неравенство, при котором поиск граничных точек может быть завершен

$f(x_3) \geq f(x_4) \leq f(x_5)$,

$1225 \geq 25 \leq 7225$.

Следовательно, пять шагов вычислений в пробных точках позволили выявить границы интервала $65 \leq x^* \leq 185$, в котором расположена точка x^*.

Пример 2. (Метод деления интервала пополам)

Минимизировать $f(x) = (100 - x)^2$ в интервале $60 \leq x \leq 150$.

Здесь $a = 60$, $b = 150$, длина интервала $L = 150 - 60 = 90$.

$x_m = (60 + 150)/2=105$.

$f(x_m) = f(105) = (100 - 105)^2 = 25$

Итерация 1

$x_1 = a + (L/4) = 60 + (90/4) = 82{,}5$,

$x_2 = b - (L/4) = 150 - (90/4) =127{,}5$,

$f(x_1) = f(82{,}5) = (100 - 82{,}5)^2 = 306{,}25 > f(x_m) = 25$,

$f(x_2) = f(127{,}5) = (100 - 127{,}5)^2 = 756{,}25 > f(x_m) = 25$.

Таким образом, исключаются интервалы (60, 82,5) и (127,5, 150). Интервал неопределенности равен (82,5, 127,5).

Длина интервала поиска уменьшается с 90 до 45.

Итерация 2

$a = 82{,}5$, $b = 127{,}5$, длина интервала $L = 127{,}5 - 82{,}5 = 45$

$x_m = (82{,}5 + 127{,}5)/2=105$,

$f(x_m) = f(105) = (100 - 105)^2 = 25$

$x_1 = a + (L/4) = 82{,}5+(45/4) = 93{,}75$,

$x_2 = b - (L/4) = 127{,}5 - (45/4) = 116{,}25$,

$f(x_1) = f(93{,}75) = (100 - 93{,}75)^2 = 39{,}06 > f(x_m) = 25$,

$f(x_2) = f(116{,}25) =(100 - 116{,}25)^2 = 264{,}06 > f(x_m) = 25$.

Таким образом, исключаются интервалы (82,5, 93,75) и (116,25, 127,5). Интервал неопределенности равен (93,75, 116,25).

Длина интервала поиска уменьшается с 45 до 22,5.

Итерация 3

$a = 93{,}75$, $b = 116{,}25$, длина интервала $L = 116{,}25 - 93{,}75 = 22{,}5$,

$x_m = (93{,}75+ 116{,}25)/2=105$,

$f(x_m) = f(105) = (100 - 105)^2 = 25$

$x_1 = a + (L/4) = 93{,}75+(22{,}5/4) = 99{,}375$,

$x_2 = b - (L/4) = 116{,}25- (22{,}5/4) =110{,}625$,

$f(x_1) = f(99,375) = (100 - 99,375)^2 = 0,3906 < f(x_m) = 25$,

Поскольку $f(x_1) < f(x_m)$, то в этом случае $f(x_2)$ вычислять не следует.

Таким образом, исключается интервал (105, 116,25). Новый интервал неопределенности равен (93,75, 105), его средняя точка x_m есть 99,375 (точка x_1 на итерации 3).

Отметим, что за три итерации (шесть вычислений значения функции) исходный интервал поиска длины 90 уменьшился до величины $90\times(1/2)^3 = 11,25$.

Пример 3. (Метод золотого сечения)

Рассмотрим задачу из примера 2, в которой требуется минимизировать $f(x) = (100 - x)^2$ в интервале $60 < x < 150$.

Для того чтобы перейти к интервалу единичной длины, проведем замену переменной x, положив $w = (x - 60)/90$. Таким образом, задача принимает следующий вид:

минимизировать $f(w) = (40 - 90w)^2$

при ограничении $0 \le w \le 1$.

Итерация 1. Интервал $I_1 = (0, 1)$; $L_1 = 1$. Проведем два первых вычисления значений функции:

$w_1 = \tau = 0,618$, $f(w_1) = (40 - 90w_1)^2 = (40 - 90\times0,618)^2 = 244,0$,

$w_2 = 1 - \tau = \tau^2 = 0,382$, $f(w_2) = (40 - 90w_2)^2 = (40 - 90\times0,382)^2 = 31,6$.

Так как $f(w_2) < f(w_1)$ и $w_2 < w_1$, интервал $w \ge w_1$ исключается.

Итерация 2. Интервал $I_2 = (0, 0,618)$; $L_2 = 0,618 = \tau$. Следующее вычисление значения функции проводится в точке

$w_3 = \tau - \tau^2 = \tau(1 - \tau) = \tau^3 = 0,236$.

$f(w_3) = (40 - 90w_3)^2 = (40 - 90\times0,236)^2 = 352$.

Так как $f(w_3) > f(w_2)$ и $w_3 < w_2$, интервал $w \le w_3$ исключается.

Итерация 3. Интервал $I_3 = (0,236, 0,618)$, $L_3 = 0,382 = \tau^2$. Следующее вычисление значения функции проводится в точке, расположенной на расстоянии $\tau \times$ (длина полученного интервала от левой граничной точки интервала), или на расстоянии $(1 - \tau) \times$ (длина интервала от правой граничной точки). Таким образом,

$w_4 = 0,618 - (1 - \tau) L_3 = 0,618 - \tau^2 L_3 = 0,618 - \tau^2(\tau^2) = 0,618 - \tau^4 = 0,472$,

$f(w_4) = (40 - 90w_4)^2 = (40 - 90\cdot0,472)^2 = 6,15$.

Так как $f(w_4) < f(w_2)$ и $w_4 > w_2$, интервал $w \le w_2$ исключается.

В результате получен следующий интервал неопределенности: $0,382 \le w \le 0,618$ для переменной w.

При переходе к переменной x получим искомые минимальные границы интервала неопределенности $94,4 \le x \le 115,6$ для переменной x, которые и являются решением задачи.

Сравним эффективность методов поиска границ интервала в заданиях 2 и 3. Если в процессе поиска методом золотого сечения проведено шесть вычислений значений функции, то длина результирующего интервала для переменной w равна $\tau^{N-1} = \tau^5 = 0,09$, что соответствует интервалу длины 8,1 для переменной x. Для сравнения напомним, что в аналогичной ситуации метод деления интервала пополам привел к получению интервала длины 11,25.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

Задание 1 Определение границ интервала

Определить границы интервала функции $f(x) = (N{\times}10 - 2x)^2$ при заданной начальной точке $x_0 = \dfrac{N \times 10}{M}$ и величине шага $\Delta = \dfrac{N \times 10}{3 \times M}$.

N – последняя цифра номера студенческого билета; если она равна нулю принять $N = 15$.

Если предпоследняя цифра номера студенческого билета нечетная, принять $M = 5$.

Если предпоследняя цифра номера студенческого билета четная или нуль, принять $M = 4$.

В расчетах округлять полученные результаты до трех значащих цифр.

Задание 2 Определение методом деления интервала пополам минимальных границ интервала в котором находится точка минимума функции $f\,(x)$

Произвести трехкратную процедуру уменьшения интервала поиска с целью получения минимальных границ интервала в котором находится точка минимума функции $f\,(x)$.

Задана функция $f(x) = (N{\times}10 - 2x)^2$ в интервале $\dfrac{N \times 10}{M} \le x \le K{\times}\ N{\times}10$.

N – последняя цифра номера студенческого билета; если она равна нулю принять $N = 15$.

Если предпоследняя цифра номера студенческого билета нечетная, принять $K = 2$, а $M = 5$.

Если предпоследняя цифра номера студенческого билета четная или нуль, принять $K = 3$, а $M = 4$.

Задание 3. Определение методом золотого сечения минимальных границ интервала в котором находится точка минимума функции $f\,(x)$

Заданы те-же условия и исходные данные как и в задании 2.

6 СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

1 Тема и цель работы.

2 Алгоритм пошагового решения задач по каждому заданию.

3 Результаты расчетов всех шагов поиска по каждому заданию.

4 Таблица с полученными данными интервалов в процессе выполнения каждого шага поиска по каждому заданию.

5 Выводы по полученным в каждом задании результатам.

7 СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Захарченко Н.В., Нудельман П.Я. Оптимизация и моделирование систем связи: Учеб. пособие. / ОЭИС им. А.С. Попова.– Одесса, 1988. Ч.1.– 86 с.

2 Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К. Оптимизация в технике: В 2-кн. Кн.1 – М.: Мир, 1986. – 352 с.

****

СОДЕРЖАНИЕ

****

Составители – **Балан Н.М., Пришляк А.Г., Шевцов Ю.С.**

Редактор – **Захарченко Н.В.**

Компьютерное макетирование – **Гардыман Ж.А.**