

Тема 9. Класична теорія електропровідності металів

Питання теми

- 9.1. Основні положення теорії.
- 9.2. Закон Ома в диференціальній формі на основі класичної теорії електропровідності.
- 9.3. Закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі на основі електронної теорії.
- 9.4. Поняття про теплові шуми в елементах апаратури зв'язку.

9.1. Основні положення теорії

В основі класичної теорії електропровідності лежить уявлення про вільні електрони в металах. Згідно з Друде і Лоренцом сукупність вільних електронів у металі розглядається як "електронний газ", який відповідає вимогам, що пред'являються до ідеального газу. Ідеальним називається газ, який складається з молекул, потенціальна енергія взаємодії між якими дуже мала, так що нею можна знехтувати. Молекули ідеального газу взаємодіють тільки через зіткнення. Вони знаходяться в неперервному хаотичному русі і характеризуються деякою **середньою швидкістю \bar{U}** , а також середнім значенням **довжини вільного пробігу \bar{l}** .

На відміну від молекул електрони, рухаючись хаотично, переважно взаємодіють не через зіткнення між собою, а через зіткнення з іонами, розміщеними у вузлах кристалічної ґратки. Але такий рух електронів також характеризується середньою швидкістю **\bar{U}** і довжиною вільного пробігу **\bar{l}** .

Якщо в провіднику створити різницю по-

тенціалів, то електричне поле \vec{E} зумовить напрямлений рух електронів (рис. 9.1).

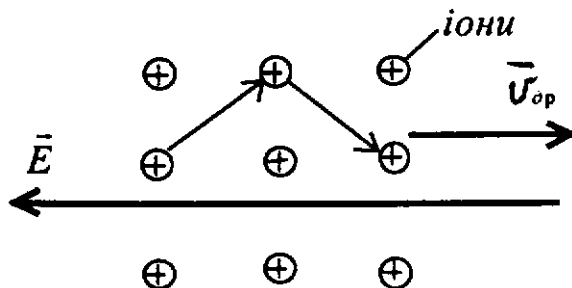


Рис. 9.1

Тобто, рухаючись хаотично, всі електрони будуть прискорюватись електричним полем \vec{E} і рухатись назустріч полю напрямлено з деякою середньою швидкістю дрейфу $\vec{u}_{др}$.

При своєму русі в провіднику електрони стикаються з іонами кристалічної ґратки і гальмуються. Таким чином електрони прискорюються під час вільного пробігу l і гальмуються при зіткненні з іонами. При цьому вони віддають ґратці свою енергію, що призводить до нагрівання провідника.

Зіткнення електронів з іонами є також причиною електричного опору провідника. За законом Ома у диференціальній формі $j = \sigma E$.

Звідси

$$\sigma = \frac{j}{E};$$

Оскільки $j = enu_{др}$, то (2) набуває вигляду:

$$\sigma = \frac{en\mathbf{u}_{др}}{E}$$

або $\sigma = enu$,

де $u = \frac{u_{др}}{E}$ –

так звана рухливість.

Рухливість – це швидкість дрейфу ($U_{др}$), яку електрон набуває, прискорюючись одиничним електричним полем на довжині вільного пробігу, тобто між зіткненнями.

Таким чином, питома провідність і питомий опір виражаються через рухливість u , яка залежить від характеру зіткнень електронів у металі чи іншому провіднику. Такі зіткнення відбуваються не тільки з іонами, що коливаються, а також з домішками, які можуть значно збільшувати опір.

9.2. Закон Ома в диференціальній формі на основі класичної теорії електропровідності

Ми знаємо, що густина струму виражається через дрейфову швидкість:

$$\dot{\mathbf{j}} = en\dot{\mathbf{u}}_{др}. \quad (1)$$

Знайдемо вираз $u_{др}$ через довжину вільного пробігу l і швидкість хаотичного руху $\dot{\mathbf{u}}$.

У проміжку між зіткненнями електрони

рухаються напрямлено під дією сили F з боку електричного поля E :

$$F = eE \quad (2)$$

Ця сила прискорює електрони:

$$F = ma. \quad (3)$$

Тому можемо записати

$$eE = ma,$$

звідки

$$a = \frac{eE}{m}. \quad (4)$$

В кінці довжини вільного пробігу l електрон набуває швидкості

$$u_{др.max} = a\tau = a \frac{l}{u}, \quad (6)$$

де $\tau = \frac{l}{u}$ – середнє значення часу вільного пробігу.

Підставивши формулу (4) у (5), матимем:

$$u_{др} = \frac{eEl}{m\dot{u}}. \quad (6)$$

Електрон на довжині вільного пробігу змінює швидкість дрейфу від 0 до $u_{др.max}$, тому середня швидкість дрейфу

$$\dot{u}_{др} = \frac{0 + \dot{u}_{др.max}}{2} = \frac{\dot{u}_{др.max}}{2}. \quad (7)$$

Підставимо в (7) вираз (6):

$$\mathbf{u}_{др} = \frac{eE\mathbf{l}}{2m\mathbf{u}}. \quad (8)$$

Підставивши формулу (8) в (1), матимемо:

$$j = en\mathbf{u}_{др} = en \frac{lE}{2m\mathbf{u}} \mathbf{l},$$

або
$$j = \frac{e^2 n l}{2m\mathbf{u}} \mathbf{l} E = \sigma E. \quad (9)$$

Це і є **закон Ома в диференціальній формі**. Тут σ виражається через константи, які характеризують **умови дрейфу** електронів:

$$\sigma = \frac{e^2 n l}{2m\mathbf{u}}. \quad (10)$$

Як бачимо, σ залежить від швидкості теплового руху електронів, яка залежить від температури ($u = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$). Виходить, що чим більша температура, тим менша питома електропровідність металу (або тим більший опір), що і спостерігається в метали.

9.3. Закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі на основі електронної теорії

До кінця вільного пробігу електрон набуває кінетичної енергії:

$$\begin{aligned}\bar{W}_k &= \frac{m u_{\text{др. max}}^2}{2} = \frac{m}{2} \left(\frac{e E \bar{l}}{m \bar{u}} \right)^2 = \\ &= \frac{e^2 (\bar{l})^2}{2m (\bar{u})^2} E^2.\end{aligned}$$

Зіткнувшись з іоном, електрон повністю віддає йому свою енергію, яка йде на збільшення внутрішньої енергії металу, на його нагрівання. Кожен електрон за одну секунду має в середньому $1/t = \bar{u}/\bar{l}$ зіткнень. Значить, в одиниці об'єму за одиницю часу виділиться тепло

$$\begin{aligned}\bar{w} &= \frac{\bar{W}_k}{t} \cdot n = \frac{e^2 (\bar{l})^2}{2m (\bar{u})^2} \cdot E^2 \cdot n \cdot \frac{1}{t} = \quad (11) \\ &= \frac{e^2 (\bar{l})^2}{2m (\bar{u})^2} \cdot E^2 \cdot n \cdot \left(\frac{\bar{u}}{\bar{l}} \right) = \frac{e^2 n \bar{l}}{2m \bar{u}} E^2,\end{aligned}$$

де n – число електронів в одиниці об'єму (концентрація), \bar{w} – питома потужність струму (в розрахунку на одиницю об'єму).

Це і є **закон Джоуля-Ленца в диференціальній формі** (диференціальній формі тому, що тепло виділяється в елементарному об'ємі).

Позначимо

$$\frac{e^2 n \bar{l}}{2m \bar{u}} = \sigma.$$

Тоді закон Джоуля-Ленца матиме вигляд:

$$\bar{w} = \frac{ne^2\bar{l}}{2m\bar{\mu}} E^2 = \sigma E^2. \quad (12)$$

9.4. Поняття про теплові шуми в елементах апаратури зв'язку

Як ми вже відмічали, носії зарядів – електрони – перебувають в металі у стані хаотичного руху. В результаті неупорядкованості такого руху випадково в якийсь момент часу в тому чи іншому місці відбувається невелика зміна концентрації електронів, що призводить до зміни потенціалів, а отже виникнення різниці потенціалів на кінцях провідника. Ця різниця потенціалів має випадковий характер і в часі безладно змінюється, тобто відбувається її флюктуація, яка дістала назву **теплого шуму**. В металах швидкості теплового руху електронів набагато більші за швидкість напрямленого руху (тобто за дрейфову швидкість) в електричному полі і залежить від температури. Тому флюктуації різниці потенціалів залежать від температури і не залежать від прикладеної напруги:

$$U_{uu}^2 = 4kTr\Delta f.$$

Це так звана формула Нейквіста для напруги шуму U_{uu} . Тут r – опір провідника, Δf – інтервал частот, всередині якого вимірюються флюктуації напруги.

Тепловий рух електронів є причиною появи й інших видів шумів. Наприклад, в електронних лампах відбуваються флюктуації струму емісії –

так званий **дробовий шум** (**дробовий ефект**). Цей ефект спостерігається також у транзисторах, коли через тепловий рух відбуваються флюктуації струму емітера. Існують і інші причини шуму.

Ці шуми можуть бути підсилені і якщо сигнал слабкий, то виникають труднощі прийняття інформації. Наявність теплових шумів треба обов'язково враховувати при конструюванні радіоапаратури.

Питання для контролю

1. Викласти основні положення класичної теорії електропровідності металів.
2. Що таке довжина вільного пробігу електрона?
3. Що таке рухливість електронів ?
4. Вивести формулу для закону Ома в диференціальній формі на основі класичної теорії електропровідності.
5. Пояснити механізм опору металів електричному струмові.
6. Пояснити механізм виділення тепла в провіднику при проходженні електричного струму.
7. Вивести формулу для закону Джоуля-Ленца в диференціальній формі на основі електронної теорії.
8. Пояснити природу теплових шумів в елементах апаратури зв'язку.

Допоміжна література

1. *Савельев И. В.* Курс общей физики. Т. 2:
– Москва: Наука, 1978, § 77–78