

ОЛІМПАДА З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

2015/2016 н.р.

2 курс

1. Обчислити визначник 10-го порядку:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 11 \\ 0 & 2 & 0 & \dots & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 20 & 0 & 0 & \dots & 0 & 10 \end{vmatrix}$$

2. Довести, що функція $y = x + x^2 + \frac{x^3}{2!} + \frac{x^4}{3!} + \dots + \frac{x^n}{(n-1)!}$ задовольняє рівності

$$xy' = y(x+1).$$

3. Порівняти, не обчислюючи визначені інтеграли:

$$\int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}} \text{ та } \int_1^2 \frac{dx}{x}.$$

4. Розв'язати диференціальне рівняння: $y' = 2x - y^2$.

5. Дослідити на збіжність числовий ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \arctg n}{\sqrt[3]{1+n^4}}$.

6. Визначити координати проекції точки $M(1, 2, 3)$ на площину $x + y + z - 15 = 0$.