

ОЛІМПІАДА З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

2015/2016 н.р.

1 курс

1. Обчислити визначник n -го порядку:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & \dots & n \\ -1 & 0 & 3 & 4 & \dots & n \\ -1 & -2 & 0 & 4 & \dots & n \\ -1 & -2 & -3 & 0 & \dots & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & -2 & -3 & -4 & \dots & 0 \end{vmatrix}$$

2. Знайти n :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + \sin x)(1 + \sin 5x) + \dots + (1 + \sin(4n - 3)x) - 1}{\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} 2x + \dots + \operatorname{arctg} nx} = 3$$

3. Знайти похідну десятого порядку функції $y = (x^2 - 7x + 12)^{-1}$

4. Знайти найбільше та найменше значення функції $z = x^2 + y^2 - xy$ в області $|x| + |y| \leq 1$

5. Застосовуючи геометричний зміст визначеного інтегралу, обчислити

$$\int_3^5 \sqrt{6x - x^2 - 5} dx$$

6. Дослідити систему лінійних алгебраїчних рівнянь на сумісність та визначеність в залежності від параметра λ .

$$\begin{cases} 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 3, \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 7x_4 = 1, \\ 8x_1 - 6x_2 - x_3 - 5x_4 = 9, \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 17x_4 = \lambda \end{cases}$$

7. При яких значеннях параметрів b та d пряма $\begin{cases} x - 2y + z - 9 = 0, \\ 3x + by + z + d = 0 \end{cases}$ лежить у площині XOY ?